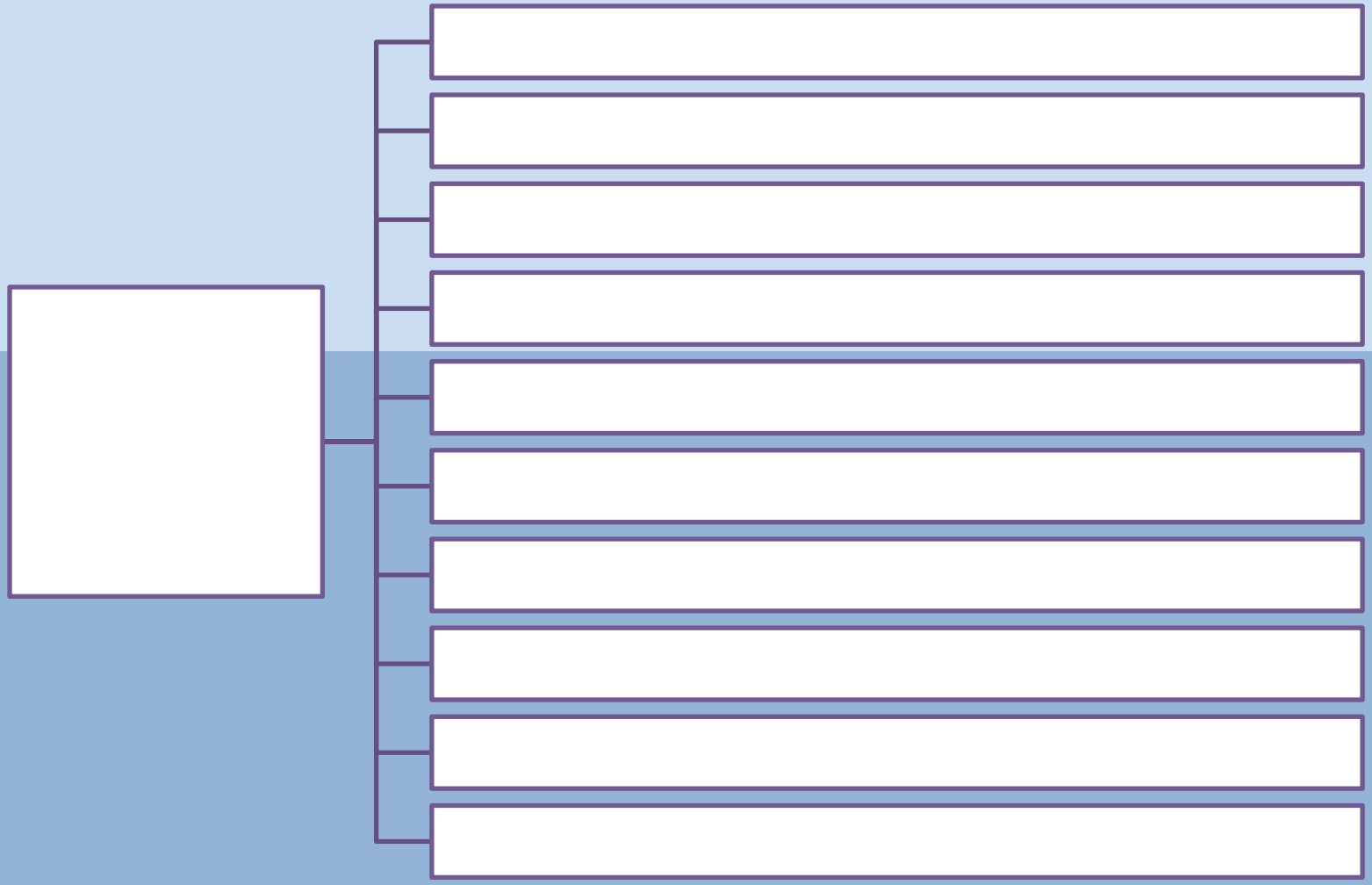


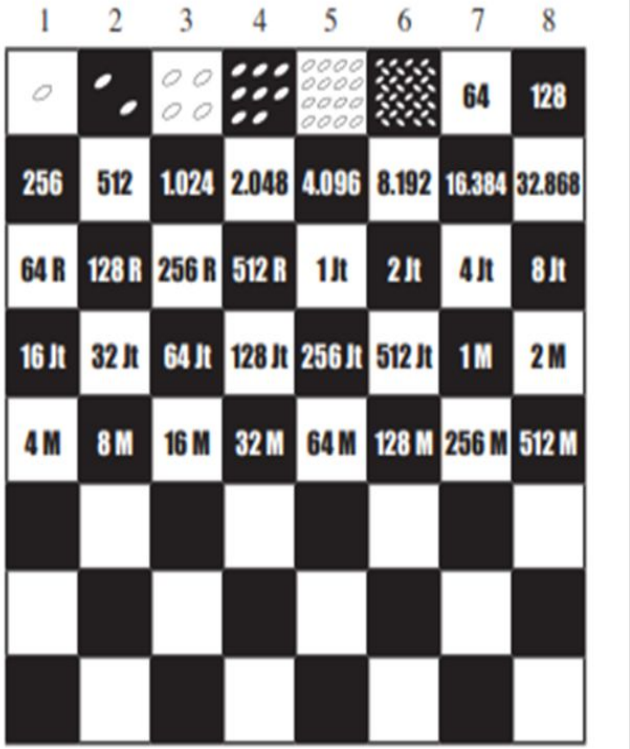
BILANGAN BERPANGKAT DAN AKAR BILANGAN

Sumber: *Majalah Griya Asri (modifikasi penulis)*

PETA KONSEP



1.1 Bilangan Berpangkat Pada Papan Catur



Keterangan: R = ribu, Jt = juta, dan M = miliar.

Gambar di samping menunjukkan,banyak beras pada kotak ke-21 adalah 1 juta butir dan pada kotak ke-31 menjadi 1 miliar butir beras. Cobalah kalian tentukan, berapa banyak beras yang terdapat pada papan catur seluruhnya jika dinyatakan dalam bilangan berpangkat! Berapa banyaknya? Dengan menggunakan rumus untuk pola bilangan 1, 2, 4, 8, 16, . . . sampai *n* suku, diperoleh rumus $2n - 1$.

Dengan demikian, banyak beras di atas papan catur seluruhnya adalah $2 - 1$ =18. 446.744. 073. 709. 551. 615 butir (Bagaimana membacanya?). Tumpukan beras sebanyak itu akan menyamai bahkan melebihi tinggi gunung Everest, yaitu gunung tertinggi di dunia.

1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Pengertian Bilangan Berpangkat

Untuk sembarang bilangan $\boldsymbol{a^n}$ dengan *n bilangan bulat positif* berlaku:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\textbf{n faktor}}$$

Untuk bilangan $\boldsymbol{a^n}$ dengan *n bilangan bulat positif,* $\boldsymbol{a^n}$ disebut ***bilangan berpangkat sebenarnya.***

1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Bilangan Berpangkat Nol

1. Untuk sembarang bilangan bulat *a dengan* $a \neq 0$, *selalu* berlaku $\boldsymbol{a^0 = 1}$

   $\boldsymbol{a^0}$ merupakan ***bilangan berpangkat tak sebenarnya.***

2. Untuk ***a = 0,*** maka $\boldsymbol{a^0}$ ***tidak terdefinisikan.*** Dengan demikian, $\boldsymbol{0^0}$ ***tidak terdefinisikan.***



1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Bilangan Berpangkat Negatif

1. Untuk sembarang bilangan bulat *a dengan* $a \neq 0$, *selalu* berlaku $\boldsymbol{a^0 = 1}$

   $\boldsymbol{a^0}$ merupakan ***bilangan berpangkat tak sebenarnya.***

2. Untuk ***a = 0,*** *maka* $\boldsymbol{a^0}$ ***tidak terdefinisikan.*** *Dengan demikian,* $\boldsymbol{0^0}$ ***tidak terdefinisikan.***



1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Notasi Ilmiah (Bentuk Baku Bilangan)

1. Notasi ilmiah *bilangan besar dinyatakan sebagai berikut.*

   $\boldsymbol{a \times 10^n}$ dengan $\boldsymbol{1 = a < 10}$, *n* adalah *bilangan bulat* ***positif.***

2. Notasi ilmiah *bilangan kecil dinyatakan sebagai berikut.*

   $\boldsymbol{a \times 10^n}$ dengan $\boldsymbol{1 = a < 10}$, *n* adalah *bilangan bulat* ***negatif****.*

1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Contoh Soal

Tentukan hasil operasi hitung berikut!

1) 5^{-3} 2) $3(2x^2y^3z)^5$

3) 2×10^{-3}

Jawab:

1) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

2) $3(2x^2y^3z)^5 = 3(2^5x^{10}y^{15}z^5) = 96x^{10}y^{15}z^5$

3) $2 \times 10^{-3} = 2 \times \frac{1}{1000} = 0{,}002$

Kerjakan Latihan 1 halaman 9

1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Bilangan Pecahan Berpangkat

Untuk sembarang bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ dengan $b \neq 0$, pemangkatannya didefinisikan sebagai berikut:

$$\left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)^{\boldsymbol{n}} = \underbrace{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \cdots \times \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}}_{\boldsymbol{n\ faktor}}$$

dengan n adalah bilangan bulat dan $b \neq 0$.

1.2 Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

Contoh Soal

Tentukan hasil pemangkatan berikut!

1) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

2) $\left(-\frac{2x}{3y}\right)^{-4}$

Jawab:

1) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}$

2) $\left(-\frac{2x}{3y}\right)^{-4} = \left(-\frac{3y}{2x}\right)^4 = \frac{81y^4}{16x^4}$

Kerjakan Latihan 2 halaman 11

1.3 Bilangan Berpangkat Pecahan

Perkalian Bilangan Bentuk Akar

Perkalian bilangan bentuk akar kuadrat dan akar pangkat *n* dapat ditentukan sebagai berikut:

1. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ dengan $a, b \geq 0$
2. $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$

1.3 Bilangan Berpangkat Pecahan

Hubungan Bilangan Berpangkat Pecahan dengan Bilangan Bentuk Akar

Untuk sembarang bilangan a dengan $a \neq 0$, berlaku

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ atau } a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$a^{\frac{m}{n}}$ merupakan ***bilangan berpangkat tak sebenarnya***



1.3 Bilangan Berpangkat Pecahan

Contoh Soal

Tentukan hasil pemangkatan bilangan - bilangan berikut!

1) $\left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

2) $\left(\frac{1}{16x^4}\right)^{\frac{1}{4}}$

Jawab:

1) $\left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$

2) $\left(\frac{1}{16x^4}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16x^4}} = \frac{1}{2x}$

1.4 Operasi pada Bilangan Berpangkat Negatif

Perkalian Bilangan Berpangkat Negatif

Untuk memperoleh rumus perkalian dan pembagian bilangan berpangkat negatif, kita gunakan rumus:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Sehingga rumus perkalian bilangan berpangkat negatif adalah sebagai berikut:

1. $a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$
2. $a^{-m} \times a^n = a^{-m+n}$
3. $a^{-m} \times a^{-n} = a^{-(m+n)} = a^{-m-n}$

1.4 Operasi pada Bilangan Berpangkat Negatif

Pembagian Bilangan Berpangkat Negatif

Rumus pembagian bilangan berpangkat negatif adalah sebagai berikut:

1. $a^m : a^{-n} = a^{m-(-n)} = a^{m+n}$
2. $a^{-m} : a^n = a^{-m-n}$
3. $a^{-m} : a^{-n} = a^{-m-(-n)} = a^{-m+n}$

1.4 Operasi pada Bilangan Berpangkat Negatif

Pembagian Bilangan Berpangkat dengan Pangkat Negatif

Bilangan berpangkat yang dipangkatkan dengan bilangan bulat negatif, yaitu:

$$(a^m)^{-n} = a^{m \times (-n)}$$



1.4 Operasi pada Bilangan Berpangkat Negatif

Contoh Soal

Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat berikut!

1) $8^4 \times 8^{-3}$

2) $a^3b^2 : a^{-3}b^5$

3) $\left(\frac{2a^3}{3b^2}\right)^{-4}$

Jawab:

1) $8^4 \times 8^{-3} = 8^{4+(-3)} = 8$

2) $a^3b^2 : a^{-3}b^5 = a^{3-(-3)}b^{2-5} = a^6b^{-3} = \frac{a^6}{b^3}$

3) $\left(\frac{2a^3}{3b^2}\right)^{-4} = 3)\ \left(\frac{3b^2}{2a^3}\right)^{4} = \frac{81b^8}{16a^{12}}$

Kerjakan Latihan 3 halaman 16

1.5 Operasi Pada Bilangan Berpangkat Pecahan

Perkalian Bilangan Berpangkat Pecahan

Perkalian bilangan berpangkat dengan pangkat bilangan pecahan, yaitu:

$$a^{\frac{m}{n}} \times a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$$

Perkalian Bilangan Berpangkat Pecahan

Pembagian bilangan berpangkat dengan pangkat bilangan pecahan, yaitu:

$$a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}-\frac{p}{q}}$$



1.5 Operasi Pada Bilangan Berpangkat Pecahan

Pemangkatan Berpanngkat Pecahan

Pemangkatan bilangan berpangkat dengan pangkat bilangan pecahan, yaitu:

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{p} = a^{\frac{m}{n}\times p} = a^{p\left(\frac{m}{n}\right)}$$

Pemangkatan Bilangan Berpangkat Pecahan

Pemangkatan bilangan dengan pangkat pecahan bertingkat, yaitu:

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}\times\frac{p}{q}}$$

dengan $m, n \neq 0$



1.5 Operasi Pada Bilangan Berpangkat Pecahan

Contoh Soal

Tentukan hasil pemangkatan berikut!

1) $12x^{\frac{4}{9}}\ 4x^{\frac{2}{3}}$

2) $\left(a^{\frac{5}{7}}\right)^{-4}$

2) 3) $\left(x^{\frac{2}{9}}y^{-\frac{4}{3}}\right)^{-\frac{9}{8}}$

Jawab:

1) $12x^{\frac{4}{9}} : 4x^{\frac{2}{3}} = 3x^{\frac{4}{9}-\frac{6}{9}} = 3x^{-\frac{2}{9}} = \frac{3}{\sqrt[9]{x^2}}$

2) $\left(a^{\frac{5}{7}}\right)^{-4} = a^{-\frac{20}{7}} = a^{-2\frac{6}{7}}$

3) $\left(x^{\frac{2}{9}}y^{-\frac{4}{3}}\right)^{-\frac{9}{8}} = x^{\frac{2}{9}\times-\frac{9}{8}}y^{-\frac{4}{3}\times-\frac{9}{8}} = x^{-\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{2}}$

Kerjakan Latihan 4 halaman 20 – 21

1.6 Akar Bilangan

Pengertian Akar Bilangan

Mencari nilai $\sqrt[n]{\ }$ dari bilangan a adalah mencari suatu bilangan yang jika dipangkatkan n akan menghasilkan a.

Hasil $\sqrt{\boldsymbol{b}}$ dengan $\boldsymbol{b \geq 0}$ adalah bilangan positif atau nol.

Jika $\boldsymbol{a^n = b}$, maka nilai $\sqrt[n]{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{a}$

1.6 Akar Bilangan

Hubungan Akar Bilangan dengan Pangkat Pecahan

Untuk sembarang bilangan a dengan $a \neq 0$, berlaku:

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ atau $(\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$ dengan $n \neq 0$.

1.6 Akar Bilangan

Contoh Soal

Tentukan hasil akar bilangan berikut!

1) $\sqrt[3]{729}$

2) $-\sqrt[3]{64a^6}$

3) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{343a^6}}$

Jawab:

1) $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{(-9)^3} = -9$

2) $-\sqrt[3]{64a^6} = -\sqrt[3]{(4a^2)^3} = -4a^2$

3) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{343a^6}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(7a^2)^3}} = \dfrac{1}{7a^2}$

Kerjakan Latihan 3 halaman 16

1.7 Operasi Akar Bilangan

Penyederhanaan Akar Bilangan Irrasional

Pada akar bilangan $\sqrt[n]{a}$, jika a dapat difaktorkan menjadi $\sqrt[n]{p \times q}$ dengan p atau q merupakan bilangan *pangkat* n, maka $\sqrt[n]{a}$ dapat disederhanakan.

Misalnya $\sqrt{50}$ dapat diubah menjadi:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

1.7 Operasi Akar Bilangan

Perkalian dan Pembagian Akar Bilangan

Untuk operasi perkalian akar bilangan, jika a dan b sembarang bilangan bulat dengan $a, b \geq 0$, maka berlaku:

1. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
2. $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \times b}$

Untuk operasi pembagian akar bilangan, jika a dan b sembarang bilangan bulat dengan $a, b \geq 0$, maka berlaku:

1. $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$
2. $\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a : b}$

1.7 Operasi Akar Bilangan

Penjumlahan dan Pengurangan Akar Bilangan

Untuk menentukan hasil penjumlahan maupun pegurangan pada akar bilangan bentuk akar, digunakan sifat *distributif*, yaitu:

1. $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = \sqrt{c}(a + b)$

2. $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = \sqrt{c}(a - b)$



1.7 Operasi Akar Bilangan

Pemangkatan Akar Bilangan Suku Dua

Sifat – sifat yang berlaku untuk pemangkatan dari akar bilangan dan pengkuadratan suku dua dalam bentuk akar, yaitu:

1. $(\sqrt[m]{a})^2 = \sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{a}$
2. $\left(a + \sqrt{b}\right)^2 = a^2 + 2a\sqrt{b} + \left(\sqrt{b}\right)^2$
3. $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = (\sqrt{a})^2 - 2(\sqrt{a})(\sqrt{b}) + \left(\sqrt{b}\right)^2$

1.7 Operasi Akar Bilangan

Contoh Soal

Tentukan hasil operasi akar bilangan berikut!

1) $2\sqrt{3} \times \sqrt{15}$

2) $\sqrt{240} : \sqrt{5}$

3) $6\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{16}$

4) $(2\sqrt{3} - 4)^2$

Jawab:

1) $2\sqrt{3} \times \sqrt{15} = 2 \times \sqrt{3 \times 15} = 2\sqrt{45} = 2(3\sqrt{5}) = 6\sqrt{5}$

2) $\sqrt{240} : \sqrt{5} = \sqrt{240:5} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

3) $6\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{16} = (3 \times 2)\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{16} = 3\sqrt[3]{2^3 \times 4} : \sqrt[3]{16} = 3\sqrt[3]{32} : \sqrt[3]{16} = 3\sqrt[3]{2}$

4) $(2\sqrt{3} - 4)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2(2\sqrt{3})(4) + 4^2 = 12 - 16\sqrt{3} + 16 = 28 - 16\sqrt{3}$

Kerjakan Latihan 6, 7 dan 8 halaman 26, 27 dan 30 – 31

1.8 Merasionalkan Bentuk Akar Kuadrat

Merasionalkan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan penyebut pecahan $\frac{a}{\sqrt{b}}$, dilakukan dengan langkah berikut:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b}\sqrt{b}$$



1.8 Merasionalkan Bentuk Akar Kuadrat

Merasionalkan Bentuk $\frac{a}{a+\sqrt{b}}$ dan $\frac{a}{a-\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan penyebut pecahan $\frac{a}{a+\sqrt{b}}$ dan $\frac{a}{a-\sqrt{b}}$,dilakukan dengan langkah berikut:

$$\frac{1}{a+\sqrt{b}} = \frac{1}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{a-\sqrt{b}}{a^2-b}$$

$$\frac{1}{a-\sqrt{b}} = \frac{1}{a-\sqrt{b}} \times \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{a+\sqrt{b}}{a^2-b}$$

1.8 Merasionalkan Bentuk Akar Kuadrat

Contoh Soal

Rasionalkan penyebut pecahan – pecahan berikut!

1) $\frac{7}{\sqrt{18}}$

2) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$

Jawab:

1) $\frac{7}{\sqrt{18}} = \frac{7}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \frac{7 \times 3\sqrt{2}}{18} = \frac{7\sqrt{2}}{6}$

2) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{(\sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5} + 4}{5-4} = 9 + 4\sqrt{5}$

Kerjakan Latihan 9 halaman 34

1.9 MENYEDERHANAKAN BENTUK $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}}$

Menyederhanakan bentuk $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}}$, dengan $a > b$ yaitu sebagai berikut:

1. $\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2. $\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$



1.9 MENYEDERHANAKAN BENTUK $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}}$

Contoh Soal

Sederhanakan bentuk akar berikut!

1) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

2) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Jawab:

1) $\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)+2\sqrt{5\times 3}} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$

2)

$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\times 2\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\times 3}} =$

$\sqrt{4}-\sqrt{3} = 2-\sqrt{3}$

Kerjakan Latihan 10 halaman 35



1.10 PENERAPAN BILANGAN BERPANGKAT DAN AKAR BILANGAN

1. Sifat – sifat Bilangan Berpangkat

   (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   (ii) $a^m : a^n = a^{m-n}$

   (iii) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

   (iv) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ atau $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$

1.10 PENERAPAN BILANGAN BERPANGKAT DAN AKAR BILANGAN

2. Sifat – sifat akar bilangan

(i) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

(ii) $(\sqrt[n]{a})^2 = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a}$

(iii) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$

(iv) $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 = (\sqrt{a})^2 + 2(\sqrt{a})(\sqrt{b}) + \left(\sqrt{b}\right)^2$

(v) $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = (\sqrt{a})^2 - 2(\sqrt{a})(\sqrt{b}) + \left(\sqrt{b}\right)^2$

(vi) $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) = (\sqrt{a})^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2$

1.10 PENERAPAN BILANGAN BERPANGKAT DAN AKAR BILANGAN

Contoh Soal

Sederhanakan bentuk akar berikut!

1) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

2) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Jawab:

1) $\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)+2\sqrt{5\times 3}} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$

2)

$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\times 2\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\times 3}} =$

$\sqrt{4}-\sqrt{3} = 2-\sqrt{3}$

Kerjakan Latihan 10 halaman 35

1.10 PENERAPAN BILANGAN BERPANGKAT DAN AKAR BILANGAN

Contoh Soal

- $BD^2 = BE^2 + DE^2$ ⟵ ΔBDE siku-siku di E
  $= 8^2 + CE^2$ ⟵ $BE = AB = 8$ cm dan $CE = DE$
  $= 8^2 + (8\sqrt{2} - 8)^2$ ⟵ $CE = BC - BE = (8\sqrt{2} - 8)$ cm
  $= 64 + [(8\sqrt{2})^2 - 2(8\sqrt{2})(8) + 8^2]$ ⟵ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  $= 64 + (128 - 128\sqrt{2} + 64)$
  $= 256 - 128\sqrt{2}$
  $BD = \sqrt{256 - 128\sqrt{2}}$
  $= \sqrt{128(2 - \sqrt{2})}$

Jadi, panjang $BD = \sqrt{128(2 - \sqrt{2})}$ cm.

Kerjakan Latihan 11 halaman 37 – 38

Kerjakan Uji Kompetensi Bab 1 halaman 40 – 42